

# 地铁用制动电阻的弹性热力耦合仿真分析

于建国 叶庆泰 吕晨亮

(上海交通大学 机械与动力工程学院 上海 200030)

**摘要:** 为分析地铁列车电制动过程中, 制动电阻片表面温度场、位移场及应力场的分布, 基于有限单元法, 建立了三维热力耦合分析模型, 并运用有限元软件进行了具体的求解计算, 以回归得到了结构变形量与温度的关系曲线。在应力场的计算中引入了最小二乘法, 从而以三次有限元计算求得温度场、位移场、应力场的耦合解, 以改善计算精度。通过不同冷却条件下计算结果的比较, 为制动电阻片采取合适的方法抑制变形提供了依据。

**关键词:** 有限单元法 热力耦合分析 冷却条件

**中图分类号:** TH123<sup>+</sup>.4 **文献标识码:** A

## Elastic Thermal-mechanical Coupling Simulation Analysis of Subway Brake Resistance

Yu Jian-guo Ye Qing-tai Lv Chen-liang

(School of Mechanical and Power Eng., Shanghai Jiaotong Univ., Shanghai 200030, China)

**Abstract:** Three-dimensional model of thermal-mechanical coupling analysis was established on the base of FEM in order to analyze the distribution of surface temperature, displacement and stress field on the brake resistance chip in the process of subway's resistance brake. Special software was used to solve the FEM model. The regression curve was obtained to depict the relationship between structure distortion and temperature. The least square technique was introduced into stress field computation for more accurate solution. Therefore, the solution of coupled temperature, displacement and stress field was obtained by three processes of FEM computation. By comparison of solutions obtained under various cooling conditions, the theory ground was provided for adopting appropriate methods to restrain the deformation of the resistance chip.

**Key words:** FEM; thermal-mechanical coupling analysis; cooling conditions

### 1、前言

地铁列车在电阻制动过程中, 制动电阻器中的电阻片受到热应力作用而产生弹性变形。随着温度的升高变形增大造成相邻电阻片接触, 制动电阻器报废。为采取合适方法抑制电阻片变形, 必须了解电阻片在工作过程中温度场、位移场及应力场的分布情况。为此, 本文基于有限单元法, 进行了电阻片的热力耦合分析。

许多文献, 在用有限元法进行热力耦合问题应力场分析过程中, 普遍采用由几何方程和本构关系求得应力场的方法<sup>[1,2]</sup>。实践证明, 这种做法求得的应力场误差较大<sup>[3]</sup>, 主要表现为: 不满足力的边界条件; 单元间交界面上的应力不连续。本文在根据几何关系和本构关系求得初始应力场的基础上, 应用最小二乘法, 重新进行应力场的有限元计算, 求得改进的应力场。因此, 本文所研究

的是三场（温度场、位移场、应力场）耦合作用问题。

## 2、热固耦合分析中的有限元模型

### 2.1、瞬态温度场有限元模型

在瞬态温度场数学模型<sup>[4]</sup>的基础上，应用伽辽金法<sup>[5]</sup>和高斯定理得到空间离散有限元模型如下：

$$\sum_{e=1}^m (C^e \frac{\partial T^e}{\partial t} + K_T^e T^e) = \sum_{e=1}^m \Phi^e \quad (1)$$

式中： $T^e / ^\circ\text{C}$ 为待求单元节点温度； $t/s$ 为时间参数； $m$ 为求解域离散后的单元数。

$$C^e = \int_{S^e} \rho c N^T N dS$$

$$K_T^e = \int_{V^e} \lambda \left( \frac{\partial N^T \partial N}{(\partial x)^2} + \frac{\partial N^T \partial N}{(\partial y)^2} + \frac{\partial N^T \partial N}{(\partial z)^2} \right) dV$$

$$\Phi^e = \int_{V^e} N^T q_v dV + \oint_{S^e} \lambda N^T \frac{\partial T^e}{\partial n} dS$$

依次为单元热容矩阵、单元热传导矩阵、单元温度载荷矩阵。其中， $\lambda / \text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ 为材料的导热系数； $\rho / \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 为材料的密度； $c / \text{J}(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})^{-1}$ 为材料的比热容； $q_v / \text{W} \cdot \text{m}^{-3}$ 为材料的内热源强度； $N$ 是单元插值函数； $\frac{\partial T}{\partial n}$ 是沿求解域曲面法线方向的方向导数。

对方程组（1）中的时间导数项，采用精度和稳定性较好的伽辽金差分格式<sup>[6]</sup>，得到空间离散和时间离散的瞬态温度场有限元模型：

$$\begin{aligned} & \sum_{e=1}^m \left\{ (2[K_T^e]_t + \frac{3[C^e]_t}{\Delta t}) [T^e]_t \right\} \\ & = \sum_{e=1}^m \left\{ 3[\Phi^e]_t + (\frac{3[C^e]_t}{\Delta t} - [K_T^e]_{t-\Delta t}) [T^e]_{t-\Delta t} \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

即： $\overline{K}_T \cdot T = \overline{\Phi}$

该温度场为第三类边界条件，即：

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma_3} = h(T - T_f) \Big|_{\Gamma_3} \quad (3)$$

$T_f$ 为冷却空气的温度、 $h$ 为对流换热系数。

### 2.2、位移场有限元模型

由静力平衡条件<sup>[7]</sup>，运用伽辽金法<sup>[5]</sup>，并考虑几何方程和本构关系<sup>[7]</sup>，得到空间离散的有限元模型：

$$\begin{aligned} \sum_{e=1}^m \left( \int_{V^e} B^T D B dV \cdot U^e \right) & = \sum_{e=1}^m \left( \int_{V^e} N^T \cdot f dV \right. \\ & \left. + \oint_{S^e} N^T \cdot T_n dS + \int_{V^e} B^T D dV \cdot \alpha \Delta T^e I \right) \end{aligned}$$

$$\text{即：} \quad K \cdot U = P \quad (4)$$

式中： $B$ 是几何矩阵； $D$ 是弹性物理矩阵； $U^e$ 是单元节点位移列向量； $f$ 是单元体力分量列向量； $T_n$ 是单元面力分量列向量； $\alpha$ 是物体的线膨胀系数； $\Delta T^e$ 是单元各节点温度变化值； $I = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 。

### 2.3、应力场有限元模型

用最小二乘法改进应力场的泛函为：

$$\chi(\sigma, \overline{\sigma}) = \sum_{e=1}^m \int_{V^e} (\sigma - \overline{\sigma})^T (\sigma - \overline{\sigma}) dV \quad (5)$$

由于 $\overline{\sigma} = \overline{N} \cdot \sigma^e$ ，所以，由 $\frac{\partial \chi}{\partial \sigma^e} = 0$ 得到

如下有限元模型：

$$\sum_{e=1}^m \int_{V^e} \overline{N}^T \cdot \sigma^e \cdot \overline{N} dV = \sum_{e=1}^m \int_{V^e} \sigma^T \overline{N} dV$$

$$\text{即：} \quad K_\sigma \cdot \overline{\sigma} = P_\sigma \quad (6)$$

式中： $\sigma$ 是由位移场有限元模型求得的单元初始应力解； $\overline{\sigma}$ 是待求的单元改进应力解， $\overline{N}$ 是插值函数矩阵， $\sigma^e$ 是待求的单元节点改进应力值。

### 2.4、耦合计算模型

耦合计算模型由 (2)、(4)、(6) 三式联立得到, 即:

$$\begin{bmatrix} \overline{K_T} & 0 & 0 \\ 0 & K & 0 \\ 0 & 0 & K_\sigma \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T \\ U \\ \sigma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\Phi} \\ P \\ P_\sigma \end{bmatrix} \quad (7)$$

### 2.5、材料模型

根据 (2)、(4)、(6) 三式, 电阻片的材料模型由密度  $\rho$ 、导热系数  $\lambda$ 、比热  $c$ 、内热源强度  $q_v$ 、对流换热系数  $h$ 、线膨胀系数  $\alpha$ 、弹性模量  $E$ 、泊松比  $\mu$  八种参数的表达式组成。电阻片的金属牌号 **Cr20Ni35**, 根据地铁公司提供的数据, 参照金属材料手册<sup>[8,9]</sup>, 通过 MATLAB 进行曲线拟合得到上述参数的温度表达式依次如下:

$$\begin{aligned} \rho &\approx \rho_0 = 7.89e3 \\ \lambda(T) &= 0.017251 T + 11.8817 \\ c(T) &= 0.00011684T^2 + 0.12807T + 498.5275 \\ q_v(T) &= -3.9081 T^2 + 8780.9132 T + 23322143.0614 \\ h(T) &= -4.1577e-005 T + 1.1181 \\ \alpha(T) &= 1.7e-5 \quad (20^\circ\text{C} - 700^\circ\text{C} \text{ 平均值}) \\ E(T) &= -4.0494e-005 T^2 - 0.031631 T + 202.5173 \\ \mu(T) &= 4.7056e-008 T^2 + 3.4174e-005 T + 0.25 \end{aligned}$$

### 3、耦合计算模式

(1)、根据初始温度值和已知的热参数、热边界求解温度场; 将节点温度值作为参数传入位移场求解模型。

(2)、根据初始变形条件、已知的材料物性参数、力学性能、传入的节点温度求解位移场; 将节点位移、节点温度以参数形式传入应力场求解模型。

(3)、由几何方程和本构关系计算初始应力场; 以最小二乘模型求解改进的应力

场。

### 4、分析计算

几乎所有工程材料的热物理性能 (诸如线膨胀系数、比热、导热系数等) 和力学性能 (弹性模量、泊松比等) 都与温度有很强的依赖关系。考虑了温度对性能参数的影响, 线性范围内的问题就不可避免的引入了非线性。因此, 应用增量载荷法求解上述耦合模型。在每一增量步求解之前, 以当前时刻温度值计算材料模型, 将非线性问题线性化求解。

#### 4.1 计算条件

采用中科院研制的有限元程序自动生成系统 (Finite Element Program Generator) 进行具体求解计算。FEPG 不但具有 ANSYS 的解题特点, 同时允许用户根据自己的实际情况对软件进行扩充, 包括用户自定义单元特性、自定义算法等等, 便于材料模型计算模块的嵌入。

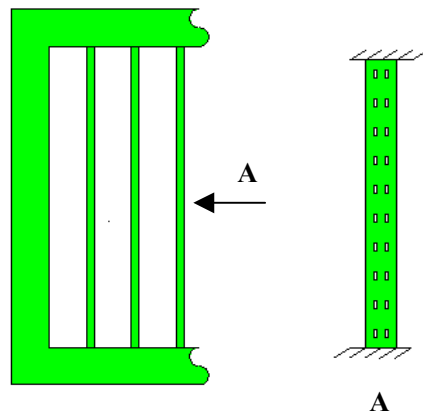


图 1 制动电阻器示意图

制动电阻器几何模型如图 1 所示, 工作时间 10s, 初温 30°C, 最大初始挠度 1.5mm。

#### 4.2 计算结果与分析

按照地铁公司提供的电阻片工作条件进行仿真计算, 得到的计算结果如图 2、图 3 所示。

根据仿真计算结果, 二次回归得到结构 Z 向变形量与温度的关系曲线如图 4 所示。

从图 4 可知, 控制变形的根本办法就是控制温度上升。从图 2 可以看出, 实际工作条件下的冷却条件产生的冷却效果很差, 冷却边界与未冷却边界温度仅差 0.2°C, 基本没有冷却。将对流换热系数、导热系数均增大 10 倍得到的温度场计算结果如图 5 所示。在图 5 条件的

基础上进行双侧冷却得到的计算结果如图 6 所示。

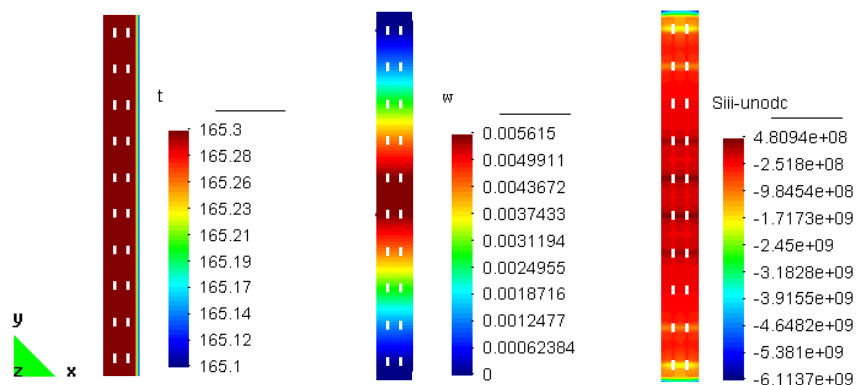


图 2 实际工作条件下的温度场、Z 向位移、应力云图

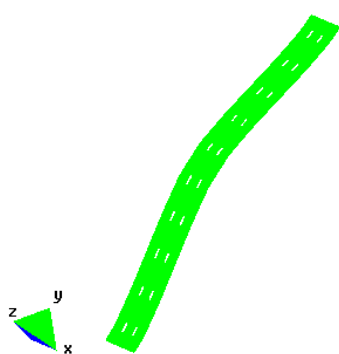


图 3 变形图

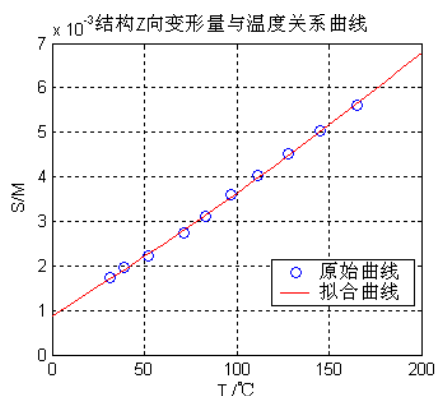


图 4

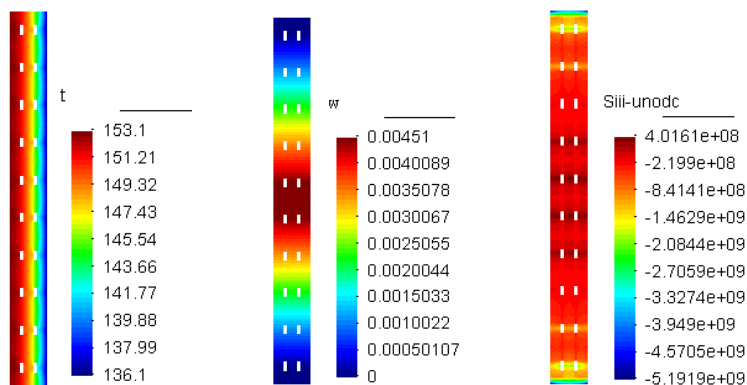


图 5 增大对流换热后温度场、Z 向位移场、应力场云图

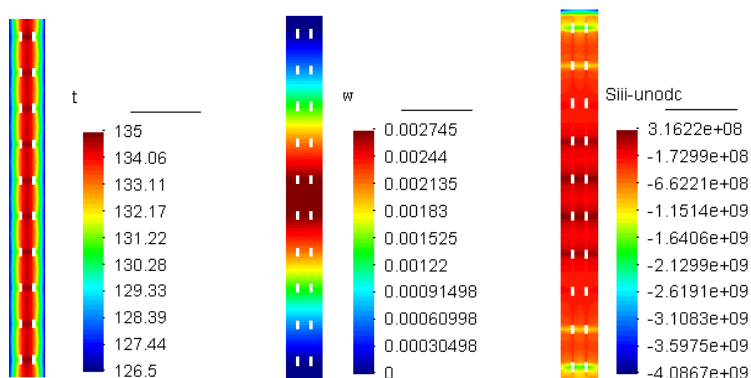


图 6 双侧冷却温度场、Z 向位移场、应力场云图

从图 2、图 5、图 6 可以看出,采用增强对流换热系数或者双侧冷却的办法,均可降低温度、减小变形和应力。双侧冷却效果最好,但需要附加冷却装置,这在机械装置布置紧凑的地铁转向架上很难实现。因此,提高对流换热系数、合理布置电阻片是增强冷却的首选途径。

## 5、结论

通过上述理论分析及计算,得出结论:冷却条件差是造成地铁制动电阻片大变形的主要原因。抑制温度的升高是控制电阻片热变形的关键。为此,提出如下措施:

(1)、增大冷却风机的功率,提高冷却风速;在冷却风机的进风口加装过滤装置,净化进流空气;加强对冷却风机的控制,避免冷却风机未能正常工作而导致的电阻器烧损。

(2)、根据结构变形量与温度的关系曲线及电阻片间隙,确定一安全温度值;在制动电阻器中加装报警系统,当电阻片表面温度超过设定的安全值时,起动系统报警,提醒驾驶员采用其它制动方式。

(3)、建议电阻器的生产厂家适当降低合金元素中的硅、锰、镍含量,以提高电阻片导热系数。

## 参考文献

- [1] Hector Jensen, Arruro O.Cfuentes. Improved approximations for structural reliability in thermal analysis[J]. Electronic Components and Technology Conference. 1995,5:1152-1160.
- [2] I.Harari, S.Frey, L.P.Franca. A note on a recent study of stabilized finite element computation for heat conduction[J]. Computational Mechanics. 2002,2: 63-65.
- [3] 王勖成, 绍敏. 有限单元法基本原理和数值方法(二)[M]. 第一版. 北京: 清华大学出版社. 1997,3.
- [4] 朱明善, 陈宏芳. 热力学分析[M]. 第一版. 北京: 高等教育出版社. 1992,8.
- [5] 饶寿期. 有限元法和边界元法基础[M]. 第一版. 北京: 北京航空航天大学出版社. 1990,6.
- [6] 孔祥谦. 热应力有限单元法分析[M]. 第一版.

上海: 上海交通大学出版社. 1999,10.

- [7] 杨桂通. 弹塑性力学[M]. 第一版. 北京: 人民教育出版社. 1980,10.
- [8] 万喜礼. 机电工程金属材料手册[M]. 第一版. 上海: 上海科学技术出版社. 1990,12.
- [9] 工程材料实用手册编辑委员会. 工程材料实用手册 2[M]. 第一版. 北京: 中国标准出版社. 1989,3.

**作者简介:** 于建国(1974-): 男; 满族; 籍贯: 辽宁省沈阳市; 上海交大博士生, 研究方向为故障检测与自动控制。叶庆泰(1940-), 男; 汉族; 籍贯: 上海市; 教授, 博士生导师, 上海交通大学机械工程设计与自动化研究所所长, 中国电梯协会理事, 上海市政府咨询专家; 主要从事谐波传动、机电一体化及机械系统可靠性设计的研究。吕晨亮(1975-): 男; 汉族; 籍贯: 河北省邯郸市; 上海交大博士生, 研究方向为故障检测与自动控制。

**联系方式:** E-mail: [yjg19741125@sjtu.edu.cn](mailto:yjg19741125@sjtu.edu.cn)  
电话: 62932640; 13661858859  
**通信地址:** 上海交通大学机械与动力工程学院 640 所