

基于 FEFG 系统的热塑性复合材料的弹塑性数值模拟

丁淑蓉 佟景伟 沈珉 李鸿琦
(天津大学机械学院力学系 天津 300072)

摘要: 本文利用复合材料的单参数三维弹塑性模型对热塑性复合材料进行了弹塑性数值模拟。利用有限元自动生成系统 (FEFG), 编制了自用的有限元程序, 成功地引入了三维单参数塑性模型。通过对有限元数值模拟结果与实验结果比较获知, 此种三维单参数塑性模型能够很好地模拟热塑性复合材料的非线性行为, 而且也验证了所编程序的程序的正确性。

关键词: 热塑性复合材料, 弹塑性行为, 单参数三维塑性模型, 数值模拟, AS4/PEEK, 有限元方法, FEFG

1 前言

材料科学已被我国及许多发达国家列入下个世纪优先发展的六大高科技研究领域之一。新材料不仅是材料科学研究的重要课题, 而且也是信息技术和空间技术中亟待解决的关键问题之一。先进复合材料是指用高性能纤维 (晶须、颗粒) 及其编织物增强不同基体所制成的一种高级材料。其特点是高比强、高比模, 并具有可设计性和多功能性, 它是实现先进设计的物质基础, 特别是在现代精良武器的设计和制造中先进复合材料有着不可替代的作用。

目前, 国际上重点发展的、用于先进复合材料的热塑性树脂基体之一是聚醚醚酮 (polyetheretherketon, 简称 PEEK)。PEEK 以其优良的耐高温、耐化学环境、高强度、高韧性和可加工性等特点, 成为继热固性树脂基复合材料之后, 先进复合材料研究开发的热点。本文所研究的热塑性基复合材料 AS4/PEEK 是一种以石墨纤维增强的热塑性 PEEK 复合材料。Modonnell 飞机制造公司已将 AS4/PEEK 用于 F/A-18 战斗机外翼蒙皮。

热塑性复合材料的破坏行为与热固性复合材料相比有很大的不同。其基体的较热固性复合材料要大得多的延展性和韧性, 控制了其损伤的开始和破坏, 确定了其最终的破坏形式。基体非弹性是纤维增强热塑性复合材料层合板应力-应变非线性的主要原因之一。延性基体复合材料在应力很小的情况下就会承受塑性变形。因此在对这种材料的研究中考虑塑性是很关键的。虽然对各向同性材料的弹塑性分析已经取得了很大的进展, 但是对复合材料层合板的研究却很少。S.Meili and P.Priolo^[1]利用经典的层合板理论研究了热塑性复合材料在平面应力状态、无层间应力下的弹塑性行为。C.T.Sun and G.Chen^[2]利用准三维的 Mindlin 板理论, 在认为层间无挤压情况下, 对其进行了弹塑性分析。考虑到分层是复合材料的一种主要的破坏模式, 这种破坏模式是与层间应力直接相关的。而且, 要研究复合材料的边缘效应, 为此, 本文利用有限元自动生成系统编制了三维的弹塑性模型的自用程序, 该三维弹塑性模型在商业软件中未见报导。将复合材料有限元数值模拟结果与实验结果进行比较得知, 本文引入的三维弹塑性模型能够很好地模拟热塑性复合材料的非线性行为, 也验证了所编程序的正确性。

2. 复合材料的三维弹塑性模型

Chen and Sun^[3]提出了适于模拟各向异性纤维复合材料的三维塑性势函数。C.A.Weeks and C.T.Sun^[4]假设复合材料在纤维方向是线弹性的, 在 2-3 面内是横观各向同性的, 他们将三维塑性势函数简化为下面的形式:

$$f(\sigma_{ij}) = \frac{1}{2} [(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + 4\sigma_{23}^2 + 2a_{66}(\sigma_{13}^2 + \sigma_{12}^2)] \quad (1)$$

其中, a_{66} 是表示各向异性塑性的一个系数。

根据塑性势函数, 由塑性流动法则, 可以得到塑性应变增量:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2)$$

将有效塑性应力定义为:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{3f} \quad (3)$$

可以通过塑性功增量得到等效塑性应变增量 $d\bar{\varepsilon}^p$:

$$dW^p = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p = \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon}^p \quad (4)$$

由 (2)、(3)、(4) 式, 可以导出:

$$d\bar{\varepsilon}^p = \sqrt{\frac{1}{6} \left[(d\varepsilon_{22}^p - d\varepsilon_{33}^p)^2 + \frac{2}{a_{66}} (d\gamma_{12}^p)^2 + \frac{2}{a_{66}} (d\gamma_{13}^p)^2 + (d\gamma_{23}^p)^2 \right]} \quad (5)$$

假设增量应变 ($d\varepsilon$) 很小, 可以线性地分解为弹性分量 ($d\varepsilon^e$) 和塑性分量 ($d\varepsilon^p$), 即:

$$\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon^e\} + \{d\varepsilon^p\} \quad (6)$$

其中:

$$\{d\varepsilon\}^T = \{d\varepsilon_{11}, d\varepsilon_{22}, d\varepsilon_{33}, d\varepsilon_{23}, d\varepsilon_{13}, d\varepsilon_{12}\} \quad (7)$$

对于弹性部分, 增量的应力—应变关系为:

$$\{d\sigma\} = [D] \{d\varepsilon\} - \{d\varepsilon^p\} \quad (8)$$

其中 $[D]$ 是弹性刚度矩阵

$$[D] = [S^e]^{-1} \quad (9)$$

式 (9) 中弹性柔度矩阵为:

$$[S^e] = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{12}/E_1 & -\nu_{13}/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{23}/E_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_1 & -\nu_{23}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \quad (10)$$

在式 (10) 中, E_1, E_2, E_3 分别表示纵向和横向的弹性模量, ν_{ij} 表示泊松比, G_{ij} 表示剪切弹性模量。

为了导出弹塑性矩阵, 由下面的连续性条件 (即, 在塑性变形过程中应力仍处于屈服面上):

$$\left(\frac{\partial f}{\partial\{\sigma\}}\right)^T\{d\sigma\}-\frac{1}{2}\frac{dk}{d\bar{\varepsilon}^p}d\bar{\varepsilon}^p=0 \quad (11)$$

屈服函数为:

$$2f(\{\sigma\})-k=0 \quad (12)$$

其中, K 是与塑性变形有关的内变量。

由 (1)、(2)、(11) 和 (12) 式, 并定义塑性模量 H 等于 $H=d\bar{\sigma}/d\bar{\varepsilon}^p$, 可以导出弹塑性矩阵如下式:

$$[D^{ep}]=[D]-\frac{[D]\frac{\partial f}{\partial\{\sigma\}}\left(\frac{\partial f}{\partial\{\sigma\}}\right)^T[D]}{\frac{4}{9}(\bar{\sigma})^2H+\left(\frac{\partial f}{\partial\{\sigma\}}\right)^T[D]\left(\frac{\partial f}{\partial\{\sigma\}}\right)}=[D]-[D_p] \quad (13)$$

C.A.Weeks and C.T.Sun^[5] 对 AS4/PEEK 此种复合材料做了大量的实验, 得到了有效塑性应变 $\bar{\varepsilon}^p$ 和有效应力 $\bar{\sigma}$ 的关系:

$$\bar{\varepsilon}^p=A(\bar{\sigma})^n \quad (14)$$

通过实验, 他们得到 A 和 n 的值, 而且对于不同的应变率, A 和 n 的值也随着变化, 但是 $a_{66}=2.0$ 对所考虑的应变率都是适用的。而且对于整个的应变范围, 需要用两条有效塑性应变和有效应力的关系图线来表征:

$$\bar{\varepsilon}^p=\begin{cases} A_1(\bar{\sigma})^{n_1} & \bar{\sigma}\leq\bar{\sigma}^t \\ A_2(\bar{\sigma})^{n_2} & \bar{\sigma}\geq\bar{\sigma}^t \end{cases} \quad (15)$$

对于本文所考虑的准静态情况, 在应变率为 $1\times 10^{-5}s^{-1}$ 时, $n_1=5.1, n_2=8.5, A_1=5.01\times 10^{-14}(Mpa)^{-n_1}$, $A_2=1.76\times 10^{-21}(Mpa)^{-n_2}$, $\bar{\sigma}^t=155.71MPa$ 。此种塑性模型认为, 只要应力超过零, 就会有塑性应变。实际上, 式 (15) 就是本文所研究材料的硬化准则, 它是一种幂硬化函数。

利用有限元自动生成系统, 我们编制了自用的单元程序, 成功地将上述三维塑性模型引入 FEFG 中。

3. 有限元程序

由于弹塑性问题中, 材料的性质与应力和变形的历史有关, 所以本构方程必须用增量形式给出。这就需要按载荷作用的实际情况, 在小的载荷增量小逐步地计算求解。在用增量方法求解时, 可以把总载荷分成适当数目的小的载荷增量。我们考虑一个典型的载荷增量, 在这个载荷增量施加之前已经作用有累积载荷 R_m , 相应的位移、应变、应力和内变量等分别用 $u_m, \varepsilon_m, \sigma_m, \kappa_m$ 表示, 这些量认为都已经计算出来了。由于施加了载荷增量 ΔR , 达到了

新的累积载荷 R_{m+1} 。在施加 ΔR 其间, 位移、应变、应力和内变量等的增量分别用

$\Delta u, \Delta \varepsilon, \Delta \sigma, \Delta \kappa$ 表示。这也是在每个增量步需要计算的量。

由虚功原理, 我们可以得到与平衡方程和力的边界条件所等效的下面的式子:

$$\int_V (D - D_p) \Delta \varepsilon \delta \varepsilon dV = \int_V f_{m+1} \delta u + \int_{\Gamma} T_{m+1} \delta u d\Gamma - \int_V \sigma_m \delta \varepsilon dV \quad (16)$$

其中, f_{m+1}, T_{m+1} 分别表示当前加载步的体力和面力。

在每个增量步中, 首先要对位移增量进行迭代, 位移迭代收敛之后, 就可以计算出此加载步真实的应变、应力和内变量的增量, 从而可以求出该增量步施加之后的各力学量。

求增量位移的非线性迭代的步骤如下:

- (1) 由上一个迭代步的应变增量, 由弹性关系计算应力增量 $\Delta \sigma_e = D \Delta \varepsilon$
- (2) 计算试探应力 $\sigma_t = \sigma_m + \Delta \sigma_e$
- (3) 用 σ_t 和 κ_m 计算屈服函数值 $2f(\{\sigma_t\}) - \kappa_m = f_{m+1}$
- (4) 如果 $f_{m+1} \leq 0$ 为弹性加载或塑性卸载, 令 $D_p=0$, 由 (16) 式计算位移增量 Δu
- (5) 如果 $f_{m+1} > 0$ 为塑性加载, 由 $2f(\sigma_m + r\Delta\sigma_e) - \kappa_m = 0$, 计算比例因子 r 。弹性增量部分按弹性应力-应变关系计算, 其它增量部分按弹塑性应力-应变本构关系计算, 算出应力增量, 使其满足 $2f(\sigma_m + \Delta\sigma) - (\kappa_m + \Delta\kappa) = 0$, 由 (16) 式计算位移 Δu , 得到本迭代步的位移增量。
- (6) 返回步骤 (1) 进行迭代, 直到 Δu 收敛。

位移迭代收敛之后, 就可以计算出本加载步之后的各个力学量。总之, 本程序采用的是增量加载的方法, 而且在每一个加载步中又进行了位移迭代。从计算过程来看, 收敛速度还是相当快的, 而且从计算结果来看, 也有很高的计算精度。

4. 数值算例。

为了了解本文所用的塑性模型对 AS4/PEEK 非线性行为的模拟情况, 并验证程序的正确性, 我们计算了 30° 、 45° 、 14° 、 90° 纤维铺设的复合材料板 (见图 1, 铺设角指得是纤维铺设方向与 X 轴的夹角) 在偏轴拉伸下的应力/应变曲线, 并与实验结果^[4]进行了比较, 我们所考虑的应变率是 $1 \times 10^{-5} s^{-1}$ 。AS4/PEEK 的弹性与塑性参数见表 1 所示。

Table 1. Elastic and plastic properties of AS4/PEEK

E_1	E_2 and E_3	G_{12} and G_{13}	G_{23}	V_{12} and v_{13}	V_{23}	n_1	n_2	A_1	A_2	$\bar{\sigma}^t$
127.6GPa	10.3GPa	6.0GPa	3.45GPa	0.32	0.49	5.1	8.5	$5.01 \times 10^{-14} (\text{Mpa})^{-n_1}$	$1.76 \times 10^{-21} (\text{Mpa})^{-n_2}$	155.71MPa

偏轴拉伸应力/应变曲线的数值模拟结果与实验结果比较图线见图 2 所示。

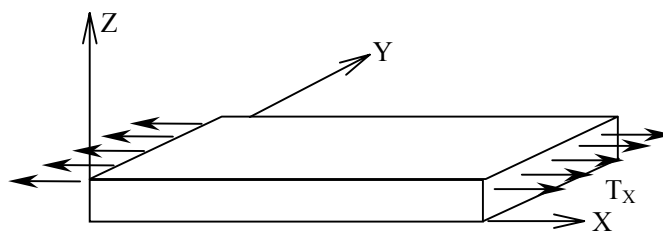


图 1 (Fig.1) 复合材料板载荷图

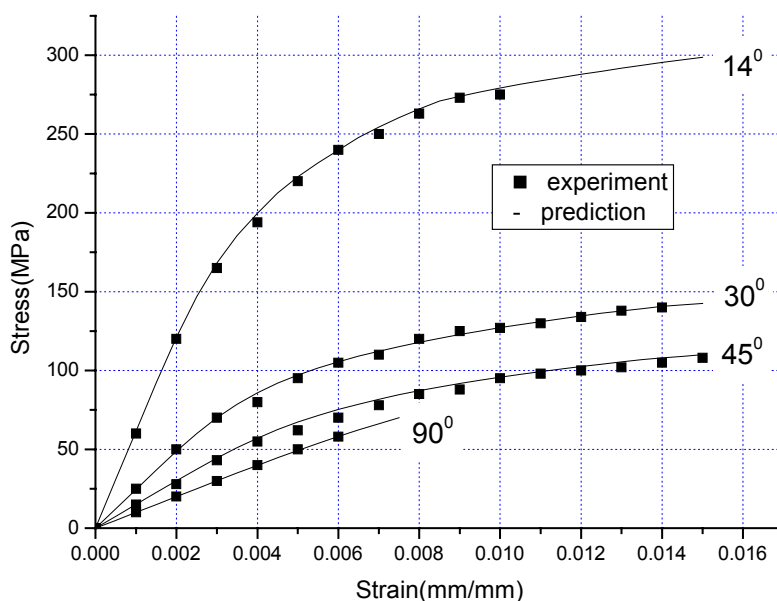


图 2 (Fig.2) 三维塑性模型有限元数值模拟结果与实验结果比较

5. 结论

本文利用三维弹塑性模型对纤维增强热塑性复合材料进行了数值模拟;利用有限元自动生成系统 FEPG,将纤维增强热塑性复合材料的三维塑性模型引入该系统,编制了自用的有限元程序。通过对不同铺设角的 PEEK 板的数值模拟结果和实验结果进行对比,可以看出该三维塑性模型能够很好地模拟所研究材料的非线性行为,同时也验证了所编程序的正确性。本项成果为解决多层三维弹塑性 PEEK 层合板的界面应变和应力分析打下了基础。

6. 参考文献

- [1]S. Meili & P.Priolo, Elastoplastic Behaviour of composite laminates. *Experimental Techniques and design in composite materials* ,(1996).
- [2]C. T. Sun & G. Chen, Elastic-plastic finite element analysis of thermoplastic composite plates and shells.*AIAA JOURNAL*.vol.30,No.2,(1992)513-518.
- [3]Chen,J. L. & Sun, C. T., A plastic potential function suitable for anisotropic fiber composites. *J. Compos. Mater.*,1993,27(14),1379-1390.
- [4]C. A. Weeks & C. T. Sun, Modeling non-linear rate-dependent behaviour in fiber-reinforced composites. *Composite Science and Technology* 58(1998) 603-611.
- [5] 殷有泉, 固体力学非线性有限元引论, 北京大学出版社、清华大学出版社 (1986)。

**NUMERICAL SIMULATION OF ELASTIC-PLASTIC BEHAVIOUR OF
THERMOPLASTIC COMPOSITES BASED ON FEPG**

Dingshurong Tongjingwei Shenmin
(the mechanical department of Tianjin University,300072)

Abstract

In this paper,a one-parameter plasticity model is used for characterizing the plastic behaviour of AS4/PEEK thermoplastic.Using the finite element automatic generating system(FEPG), a three-dimensional one-parameter plasticity model which is not presented in the commercial code are introduced into this system respectively.By comparing the numerical simulating results with the experimental ones,it can be found that the introduced three-dimensional plastic model can simulate the nonlinear behaviour of AS4/PEEK.Furthermore, the precision of our procedure is confirmed.

Keywords: thermoplastic composites,elastic-plasticity,AS4/PEEK,numerical simulation,finite element method,FEPG.