

# 不连续岩体拱坝系统的动力过程数值模拟

蔡永恩 罗刚 刘今朝

殷有泉

北京大学地球物理系

北京大学力学与工程系

Qingsong Li

张伯艳 陈后群

梁国平

Department of Geological Sciences

中国水利水电科学研究院

中国科学院数学与

University of Missouri Columbia, MO 65211 USA

系统科学研究院

**关键词：**拱坝 不连续岩体 数值动力分析 安全系数

岩石基础内部的不连续面（断层、节理）在拱坝稳定性分析中是不容忽视的。本文把由拱坝和这种岩石基础组成的系统称简为拱坝系统。分析这种系统的常用数值方法目前有限元方法<sup>[1-4]</sup>，离散元方法<sup>[5]</sup>，边界元<sup>[6]</sup>，DDA<sup>[7]</sup>和流型方法<sup>[8]</sup>以及 LDDA<sup>[9]</sup>方法。第 2 到第 4 种方法在数学上都属于罚函数方法，这个方法的优点是不必引进新的求解向量，缺点是约束条件的满足和接触力受刚度取值的影响。LDDA 方法在数学上属于拉格朗日乘子法，需要补充位移约束方程才能求解，这种方法求得的位移能严格满足接触条件，所得到的接触力是精确的，这点对于判断系统的稳定是十分重要的。LDDA 方法就是一种建立在后者基础和区域分解技术上的方法，本文是这种方法的继续发展和在拱坝系统中的应用。

拱坝动力分析过程可以概括为：1) 模拟初始岩石基础应力场，2) 求建坝后坝体系统的位移场和应力场，3) 通过输入与时间有关的载荷模拟拱坝系统的动力过程，4) 对拱坝系统进行稳定性评估。

## 建坝过程的数值模拟方法

岩石基础不连续面的摩擦滑动依赖于初始应力场。恢复这个应力场是非常困难的。为此在工程实践中常用自重产生的应力场代替初始应力场，在此基础上计算建坝引起的附加应力场，同时考虑水载荷，泥沙载荷，渗透压力载荷，温度差载荷对坝和岩体的应力场影响。初始应力场  $\sigma_0$  和建坝引起的应力场  $\Delta\sigma$  的有限元平衡方程可以分别写成：

$$\int_{\Omega_0} \mathbf{B}_0^T \boldsymbol{\sigma}_0 \, d\Omega_0 = \mathbf{F}_0 + \mathbf{G}_0 \boldsymbol{\Lambda}_0 \quad (1)$$

$$\int_{\Omega=\Omega_0+d\Omega} \mathbf{B}^T \Delta\boldsymbol{\sigma} \, d\Omega = \mathbf{F}_d + \mathbf{G}_d \boldsymbol{\Lambda}_d \quad (2)$$

建坝后的总应力场为：

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_0 + \Delta\boldsymbol{\sigma} \quad (3)$$

将  $\Delta\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}_0$  代入 (2) 并利用本构关系  $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{DBU}$  和 (1) 式可得：

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F} + \mathbf{G}\mathbf{\Lambda} \quad (4)$$

式中

$$\mathbf{K} = \int_{\Omega=\Omega_0+d\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} d\Omega, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_d \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_0 \\ \mathbf{\Lambda}_d \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \mathbf{F}_d + \mathbf{F}_0 + \mathbf{F}_c, \quad \mathbf{F}_c = \int_{d\Omega} \mathbf{B}_d^T \boldsymbol{\sigma}_0 d\Omega$$

上面公式中，下标“0”，“d”和“c”分别表示岩石基础，坝体和坝与基础的接触部分； $\mathbf{B}$ 是位移和应变的连接矩阵； $\mathbf{D}$ 是材料矩阵， $\mathbf{G}$ 为和坐标变换与位移形函数有关的矩阵， $\mathbf{\Lambda}_0$ 和 $\mathbf{\Lambda}_d$ 分别是未知的岩石基础内部不连续面上和坝体收缩缝处的接触力向量； $\mathbf{U}$ 是未知的总体节点位移矢量； $\mathbf{K}$ ， $\mathbf{F}$ 分别是拱坝系统的总体刚度矩阵和节点载荷向量； $\mathbf{F}_d$ 由坝体自重、建坝后库水以及泥沙对坝的压力、库水渗透压力和坝的温度应力节点载荷组成， $\mathbf{F}_0$ 为岩石基础的自重节点载荷。

由于（4）式中有两个未知矢量，为了求解它们，需要补充方程，这可以利用位移约束条件得到<sup>[9]</sup>：

$$\mathbf{B}^T \mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (5)$$

将（4）式的位移用接触力表示，然后带入（5）式得到

$$\mathbf{S}\mathbf{\Lambda} = \mathbf{R} \quad (6)$$

其中

$$\mathbf{S} = \mathbf{B}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{G}, \quad \mathbf{R} = -\mathbf{B}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F}.$$

对于接触面无滑动情况， $\mathbf{B} = \mathbf{G}$ ， $\mathbf{S}$ 是对称矩阵，对于滑动情况，它们不相等， $\mathbf{S}$ 不是对称矩阵。由（6）式求解接触力时，要求 $\mathbf{\Lambda}$ 在接触面满足库仑摩擦定律和抗拉条件。将 $\mathbf{\Lambda}$ 代入（4）就可得到位移场，然后由位移场求出应力场。这种方法对于由接触块体组成的系统的并行化计算很有效，它先求出块体之间的接触力，然后通过每块边界接触力求出各自的位移场和应力场。

### 拱坝基础系统动力过程的数值模拟方法

考虑输入动力载荷和吸收边界条件时，相应的有限元方程可以由（4）式加以补充得到，对于 $t$ 时刻，系统的动力有限元方程组为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{U}(t) = \mathbf{R}(t) + \mathbf{G}\mathbf{\Lambda}(t) \quad (7)$$

式中

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{M}_d + \mathbf{M}_s, \quad \mathbf{C} = \mathbf{C}_0 + \mathbf{C}_d + \mathbf{C}_v, \quad \mathbf{R}(t) = \mathbf{F} + \mathbf{F}_s(t), \quad \mathbf{F}_s(t) = \mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{U}}_s$$

下标“s”表示输入地震加速度的人工边界，“v”表示粘性吸收边界； $\mathbf{U}$ ， $\dot{\mathbf{U}}$ 和 $\ddot{\mathbf{U}}$ 分别是待求的节点位移，速度和加速度矢量； $\mathbf{M}$ 是包括坝体、岩石基础和实现边界输入加速度的对角集中质量矩阵； $\mathbf{C}$ 是包括坝体和岩石基础阻尼以及吸收边界阻尼的矩阵； $\mathbf{F}_s$ 是为实现在人工边界输入指定加速度的节点动力载荷， $\mathbf{M}_s$ 是实现指定加速度 $\ddot{\mathbf{U}}_s$ 的对角质量矩阵。对于小变形，式中 $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ 和 $\mathbf{K}$ 与时间无关。

将(7)利用隐式或显式时间积分可以得到形式上和(4)相同的方程：

$$\mathbf{K}^* \mathbf{U}(t + \Delta t) = \mathbf{F}^* + \mathbf{G} \mathbf{\Lambda} \quad (8)$$

对于隐式时间积分， $\mathbf{K}^*$ 和 $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ 以及 $\Delta t$ 有关， $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Lambda}(t + \Delta t)$ ， $\mathbf{F}^* = \mathbf{F}^*(t, t + \Delta t)$ ；对于显式时间积分， $\mathbf{K}^*$ 只和 $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ 以及 $\Delta t$ 有关， $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Lambda}(t)$ ， $\mathbf{F}^* = \mathbf{F}^*(t)$ 。

$t + \Delta t$ 时刻位移约束方程组在形式上与(5)式相同：

$$\mathbf{B}^T \mathbf{U}(t + \Delta t) = \mathbf{0} \quad (9)$$

利用上述解静态问题的方法， $t + \Delta t$ 时刻的位移和接触力可以由(8)、(9)式得到。

### 数值模拟拱坝系统在地震载荷下的动力过程

图1是一个考核上述方法的拱坝系统模型，长、宽和高分别为1200m, 500m和730m。坝体上有17条伸缩缝，左右坝肩共有14个节里面。图中黄色的部分是坝肩，图1b是右坝肩细节示意图。在模型的侧面指定吸收边界条件，基底指定人工合成的随时间变化的加速度（其值为地表的一半），在x（横河向），y（顺河方向）和z（垂直地表）方向的最大值分别为 $1.5\text{m}/\text{秒}^2$ ， $1.5\text{m}/\text{秒}^2$ 和 $1.0\text{m}/\text{秒}^2$ 。选定拱坝、岩石基础和节里的材料力学参数（杨氏模量、泊松比、密度和内摩擦系数、粘聚力）<sup>[10]</sup>后，利用上述方法，首先计算存在不连续面的岩石基础在自重下的应力场，然后计算建坝、坝体温度载荷、库水、泥沙、渗流做用后的总应力场；最后在系统的底部输入地震加速度利用显示时间积分<sup>[10]</sup>进行系统的动力分析。

计算得到的地震引起的位移和加速度在坝顶中心处顺河向最大，振幅最大值分别为0.05m和 $7.7\text{m}/\text{秒}^2$ （图2）。图3是右坝肩第一个倾斜节里面顶部节点（2242）处相对错

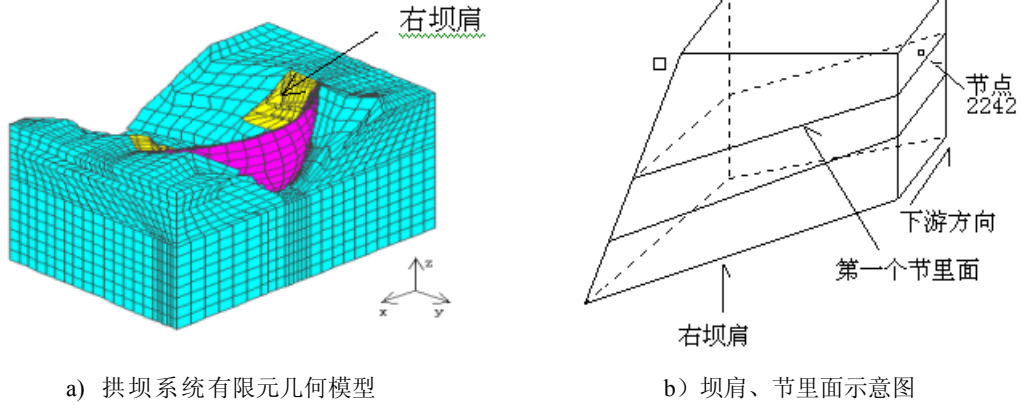


图 1 拱坝系统的几何模型

动和安全系数随时间的变化情况，由图可见，在安全度小于 1 的时刻，此处发生明显错动。图 4 是当坝冠中心点顺河向动态位移振幅达到第一个较大值时（在 4.345s）右坝肩的第一个倾滑面上安全系数的分布图。由图可见，底部区域比上部危险，由于接触面大部分地区安全系数大于 1，所以尽管底部有的地区安全系数小于 1，此时刻整个节里仍然是安全的。

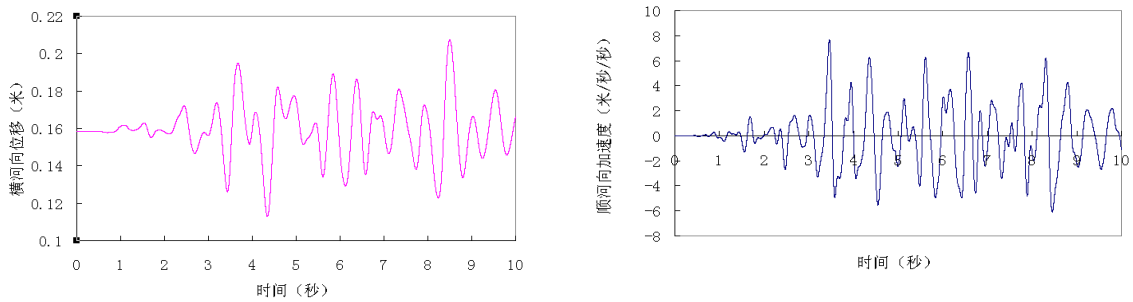


图 2 坝顶中心处位移和加速度时程曲线

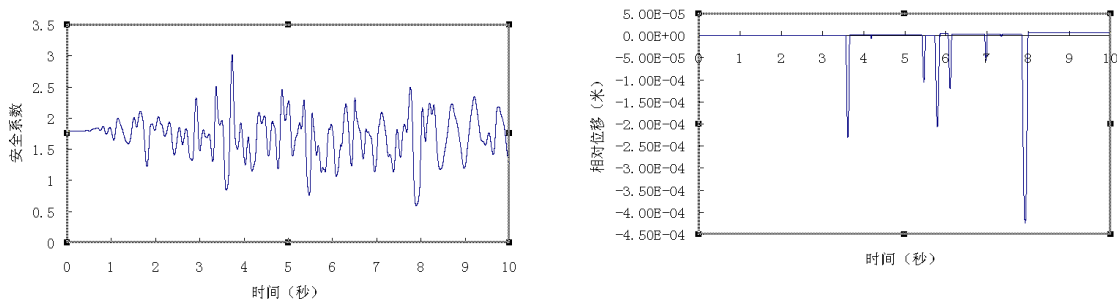


图 3 右坝肩第一个倾斜节里面上节点（2242）安全系数和沿倾向相对滑动位移的时程曲线

图 5 给出了在 8.498 秒，坝冠中心顺河向位移达到第 2 个最大只时动态最大住应力的等值线图，在坝体中心区域的拉应力值最大，但没超过 1.4MPa。

## 结论

数值试验结果表明，本文提出的方法能够模拟拱坝系统在地震载荷作用下的动力过程。

可以得到岩石基础内部不连续接触面上节点的相对滑动和安全系数分布特征以及它们随时间的变化过程，还可以得到拱坝系统应力场如何随时间变化，这有助于深入认识拱坝系统在动力载荷下的失稳机制和有效的进行拱坝设计。

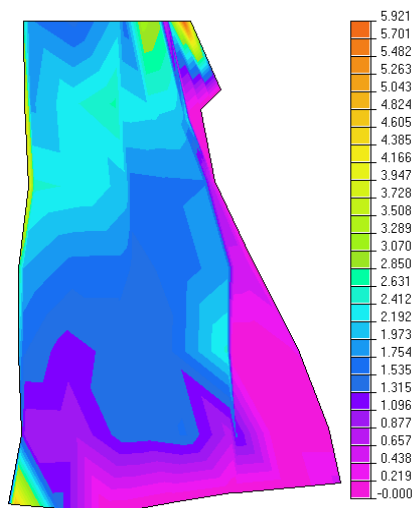


图4 左右坝肩第一个倾斜节里面  
4.345s 时安全度分布图

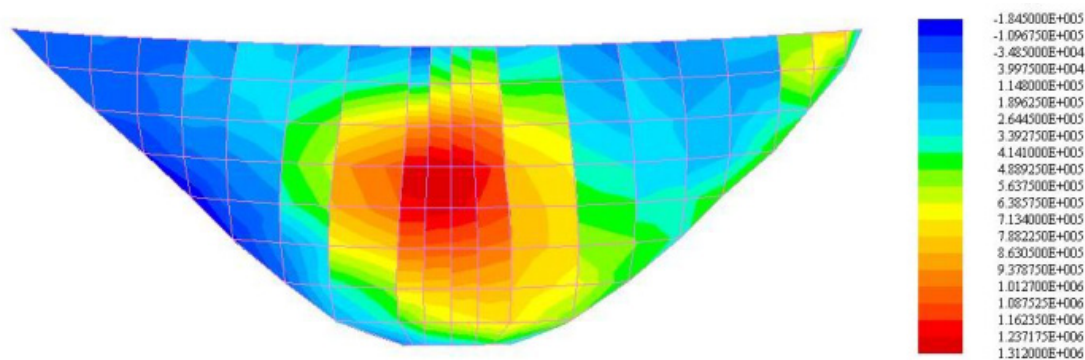


图5 坝体在 8.498s 时最大主应力等值线

**致谢** 感谢梁国平和殷有泉教授对本工作的帮助和中国水利水电科学研究院的资助。

### 参考文献

1. Goodman R. E., Taylor R. L., Brekke T. L., A model for the mechanics of jointed rock, Journal of the solid Mechanics and Foundation Division, 1968,94(SM3);637-659
2. Liu J., Wang D., Yao L., A contact force model in the dynamic analysis of contactable cracks, Acta Mechanica Solida Sinica, 6(4), 1993, 439-452,
3. 陈厚群, 李德玉, 胡晓, 侯顺载, 有横缝拱坝的非线性动力模型试验与计算分析研究, 地震工程与工程震动, 15 (4), 1995,
4. Alonso E., Carol I., Delahaye C., *et al*, Evaluation of safety factor in discontinuous rock, Int. J. Rock. Min. & Geomech. Abstr., 33 (3), 1996, 513-537,

5. Hard R. D., An introduction to distinct element modeling for rock engineering, General Report, Proc. 7<sup>th</sup> int. Congr. On rock Mechanics 3, 1881-1891, Aachen, 1991,
6. Yamazaki K. and Mori M., Boundary element analysis of elastodynamic contact problems by the penalty function method, Structures under Shock and Impact, Elsevier and Computational Mechanics Publications, Boston, 1989.
7. Shi G-H. and Goodman, R. E., Generalization of two-dimensional discontinuous deformation analysis, Int. J. Numer. And Anal. Methods in Geomech., 13(4), 1990, 359-380.
8. 石根华著, 裴觉民译, 数值流型方法与非连续变形分析, 清华大学出版社, 1997
9. Cai Y., He T., Wang R., Numerical simulation of Dynamic process of the Tangshan earthquake by a new method LDDA, Pure and Applied Geophysics, 157(11-12), 2083-2104, 2000.
10. 涂劲, 有缝界面的混凝土高坝—地基系统非线性地震波动反应分析, 中国水利水电科学研究院工学博士学位论文, 1999。